ISSN 1561-2430 (Print)
ISSN 2524-2415 (Online)
УДК 514.142
https://doi.org/10.29235/1561-2430-2018-54-3-273-278

Поступила в редакцию 12.04.2018
Received 12.04.2018

В. И. Янчевский

Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

КОГОМОЛОГИИ ТЕЙТА СПЕЦИАЛЬНЫХ НОРМЕННЫХ МОДУЛЕЙ, СВЯЗАННЫХ С ГЕНЗЕЛЕВЫМИ АЛГЕБРАМИ С ДЕЛЕНИЕМ

Аннотация. Для центральных алгебр с делением D над гензелевыми полями K с унитарными K/k-инволюциями вычисляются группы когомологий Тейта $\mathbb{Z}/(2)$-модулей $A = N_{\overline{Z}/\overline{K}}\left(\mathrm{Nrd}_{\overline{D}}(\overline{D}^*)\right)$, где $\overline{K}$ и $\overline{D}$ – алгебры вычетов соответственно полей K и D, а $\overline{Z}$ – центр алгебры $\overline{D}$ и $N_{\overline{Z}/\overline{K}}$ – отображение нормы из $\overline{Z}$ в $\overline{K}$. Кроме того, D предполагается слабо разветвленной K-алгеброй и поле $\overline{k}$ принадлежит одному из двух классов полей: класс C_1-полей, класс вполне мнимых глобальных полей.

Ключевые слова: когомологии Тейта, гензелевы алгебры с делением, вполне мнимое глобальное поле, C_1-поле, приведенная норма

Для цитирования. Янчевский, В. И. Когомологии Тейта специальных норменных модулей, связанных с гензелевыми алгебрами с делением / В. И. Янчевский // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2018. – Т. 54, № 3. – С. 273–278. https://doi.org/10.29235/1561-2430-2018-54-3-273-278

V. I. Yanchevskiĭ

Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

TATE COHOMOLOGY OF SPECIAL NORM MODULES RELATED TO HENSELIAN DIVISION ALGEBRAS

Abstract. For central division algebras D over Henselian fields K with unitary K/k-involutions the Tate cohomology groups of $\mathbb{Z}/(2)$-modules $A = N_{\overline{Z}/\overline{K}}\left(\mathrm{Nrd}_{\overline{D}}(\overline{D}^*)\right)$, where $\overline{K}$, $\overline{D}$ are the residue algebras of K and D, respectively, $\overline{Z}$ is the center of $\overline{D}$, and $N_{\overline{Z}/\overline{K}}$ is the norm map from $\overline{Z}$ to $\overline{K}$, are computed. Moreover, D is assumed to be tamely ramified K-algebra and a field $\overline{k}$ belongs either to the class of C_1-fields, or to the class of totally imaginary global fields.

Keywords: Tate cohomology, Henselian division algebras, totally imaginary global field, C_1-field, reduced norm

For citation. Yanchevskiĭ V. I. Tate cohomology of special norm modules related to Henselian division algebras. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2018, vol. 54, no. 3, pp. 273–278 (in Russian). https://doi.org/10.29235/1561-2430-2018-54-3-273-278

Пусть k – гензелево относительно дискретного нормирования поле характеристики, не равной 2, K/k – квадратичное расширение и D/K – слабо разветвленная центральная K-алгебра с делением. Предположим также, что D обладает инволюцией τ, ограничение которой на K совпадает с образующей группы Галуа расширения K/k (ниже такие инволюции будем называть K/k-инволюциями). В этой статье мы описываем когомологические свойства специальных $\mathrm{Gal}(\overline{K}/\overline{k})$-модулей алгебры вычетов $\overline{D}$ алгебры D. Более точно, пусть $\mathrm{Nrd}_{\overline{D}}:\overline{D}^*\to Z(\overline{D})^*$ – гомоморфизм приведенной нормы мультипликативной группы $\overline{D}^*$ алгебры $\overline{D}$. Обозначим через $\overline{Z}$ центр алгебры вычетов $Z(\overline{D})$. Ниже мы предполагаем, что расширение $\overline{K}/\overline{k}$ нетривиально и сепарабельно. Рассмотрим следующую группу:

$$A = N_{\overline{Z}/\overline{K}}\left(\mathrm{Nrd}_{\overline{D}}(\overline{D}^*)\right),$$

где $N_{\overline{Z}/\overline{K}}$ – отображение обычной нормы для расширения $\overline{Z}/\overline{K}$. Заметим, что ввиду дискретности нормирования $\overline{Z}/\overline{K}$ является циклическим расширением Галуа. Кроме того, известно, что расширение $\overline{Z}/\overline{k}$ является диэдральным. Для инволюции τ переход к вычетам определяет ее редукцию $\overline{\tau}$, которая является инволюцией алгебры $\overline{D}$. Тогда A – G-модуль с группой $G = \{\mathrm{id}_{\overline{K}}, \overline{\tau}\}$.

Целью исследования является описание групп когомологий Тейта $\hat{H}^{-1}(G, A)$ в случае важных для приложений полей вычетов $\overline{k}$. Поскольку группа G циклическая, то для этого описания достаточно описать группы $\hat{H}^{-1}(G, A)$ и $\hat{H}^{0}(G, A)$. Напомним, что вышеупомянутые группы определяются следующим образом.

Для G-модуля A определено отображение $N : A \to A$, задаваемое следующим образом: для произвольного элемента $a \in A$

$$N(a) = aa^{\overline{\tau}}.$$

Через ${}_GA$ обозначим Ker N и пусть $I_GA = \{a^{1-\overline{\tau}} \mid a \in A\}$. Тогда (–1)-я группа когомологий Тейта $\hat{H}^{-1}(G, A)$ определяется как факторгруппа ${}_GA / I_GA$ (см. [1, с. 160, гл. 4, § 6]), а группа $\hat{H}^{0}(G, A)$ – как факторгруппа $A^G/A^{1+\tau}$.

Замечание 1. Группы когомологий аналогичных G-модулей часто встречаются в связи с вычислением приведенных и приведенных унитарных групп Уайтхеда соответствующих алгебр с делением (см. [2–4]). Например, пусть алгебра D такая же, как и выше. Обозначим через $\Sigma'(D,\tau)$ и $\Sigma(D,\tau)$ следующие группы:

$$\Sigma'(D,\tau) = \left\{d \in D^* \mid \mathrm{Nrd}_D(d) \in k\right\}, \ \ \Sigma(D,\tau) = \left\langle d \in D^* \mid d^{\tau} = d\right\rangle.$$

Приведенной унитарной группой Уайтхеда называется факторгруппа $\Sigma'(D,\tau)/\Sigma(D,\tau)$, которая, в свою очередь, изоморфна группе $\left(\overline{\Sigma'(D,\tau) \cap U_D}\right) / \left(\overline{\Sigma(D,\tau) \cap U_D}\right)$, где U_D – группа единиц кольца нормирования алгебры D. С другой стороны, группа $\overline{\Sigma'(D,\tau) \cap U_D}$ изоморфна группе ${}_GA$.

Основным для нас будет случай, когда гомоморфизм приведенной нормы сюръективен. В этом случае $A = N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\overline{Z}^*)$. Кроме того, $\overline{K}^{1-\overline{\tau}} / N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\overline{Z}^*)^{1-\overline{\tau}} \cong \left(\overline{K} / N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\overline{Z}^*)\right)^{1-\overline{\tau}}$ и $\overline{K} / N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\overline{Z}^*) \cong \mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K})$, где $\mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K})$ – подгруппа группы Брауэра $\mathrm{Br}(\overline{K})$, состоящая из элементов, разложимых над полем $\overline{Z}$. Заметим также, что гомоморфизм $\overline{\tau}$ индуцирует автоморфизм группы Брауэра $\mathrm{Br}(\overline{K})$, ниже обозначаемый тем же символом $\overline{\tau}$. Ввиду $\overline{Z}^{\overline{\tau}} = \overline{Z}$, имеем $\mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K})^{\overline{\tau}} = \mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K})$. Для описания группы когомологий Тейта $\hat{H}^{-1}(G, A) = \mathrm{Br}(Z/K)^{1-\overline{\tau}}$ воспользуемся точной последовательностью, приведенной в следующем утверждении.

Теорема 1. $1 \to \mathrm{Br}_{\overline{\tau}}(\overline{Z}/\overline{K}) \to \mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K}) \to \mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K})^{1-\overline{\tau}} \to 1$, *где* $\mathrm{Br}_{\overline{\tau}}(\overline{Z}/\overline{K})$ – *подгруппа в* $\mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K})$, *состоящая из классов алгебр, обладающих* $\overline{K}/\overline{k}$*-инволюциями.*

Отсюда следует, что $\mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K})^{1-\overline{\tau}} \cong \mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K}) / \mathrm{Br}_{\overline{\tau}}(\overline{Z}/\overline{K})$.

Далее рассмотрим случай локального поля $\overline{k}$. В этом случае нам понадобится понятие диэдрального расширения Галуа полей.

Определение 1. Группа G называется обобщенной группой диэдра порядка $2n$, если G является полупрямым произведением группы $T = \{1, \tau\}$ и абелевой группы H порядка n.

Определение 2. Расширение Галуа L/K, у которого группа Галуа – обобщенная группа диэдра, называется диэдральным расширением.

Напомним следующее довольно известное описание групп $\mathrm{Br}_{\mu}(F)$, где F – локальное поле с конечным полем вычетов, μ – нетождественный автоморфизм второго порядка поля F с полем инвариантов F_μ, $\mathrm{Br}(F)$ – группа Брауэра поля F, а $\mathrm{Br}_\mu(F)$ – ее подгруппа классов алгебр, обладающих F/F_μ-инволюциями.

П р е д л о ж е н и е. *В вышеприведенных обозначениях* $\mathrm{Br}_\mu(F)=\{0\}$.

З а м е ч а н и е 2. Для удобства читателя мы приводим здесь новое доказательство этого утверждения.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Предположим, что существует нетривиальная центральная F-алгебра с делением E, обладающая F/F_μ-инволюцией, которую мы будем обозначать той же буквой μ. Тогда в алгебре E существует максимальное μ-инвариантное подполе Z, которое диэдрально над F_μ и неразветвлено над F. Если σ – образующая $\mathrm{Gal}(Z/F)$, то при ограничении инволюции μ на Z будем иметь $\mu\ \sigma\ \mu = \sigma^{-1}$. Таким образом, если $\overline{\mu}|_{\overline{F}} \neq \mathrm{id}_{\overline{F_\mu}}$, то $\overline{\mu\sigma\mu}=\overline{\sigma}^{-1}$. Поскольку $\overline{Z}/\overline{F_\mu}$ – циклическое расширение, то $\overline{\mu}$ и $\overline{\sigma}$ – перестановочны, что влечет $\overline{\sigma}^2=\mathrm{id}_{\overline{Z}}$, поэтому E – алгебра кватернионов над F с инволюцией μ. Тогда известно, что $E=T\otimes_{F_\mu}F$, где T/F – центральная алгебра кватернионов, что приводит к противоречию с нетривиальностью E, поскольку всякое квадратичное расширение F_μ реализуется в качестве максимального подполя F.

Пусть далее F – вполне разветвленное расширение поля F_μ. Тогда $\overline{F}=\overline{F_\mu}$ и расширение $\overline{Z}/\overline{F_\mu}$ можно поднять в Z/F_μ до неразветвленного расширения X/F_μ. Тогда $Z=X\otimes_{F_\mu}F$. Нетрудно видеть, что, не умаляя общности, можно считать, что E равняется циклической алгебре $(X\otimes_{F_\mu}F,\pi_F)$, где π_F – простой элемент поля F. Поскольку алгебра E обладает F/F_μ-инволюцией, то ввиду критерия Алберта должно выполняться следующее условие: в поле X существует элемент x такой, что $N_{X/F_\mu}(x)=\pi_F\pi_F^\mu$. Так как расширение X/F_μ неразветвлено, а $\pi_F\pi_F^\mu$ – простой элемент поля F_μ, то сравнение нормирований обеих частей последнего равенства приводит нас к противоречию. Предложение доказано.

Ввиду предложения подгруппа $\mathrm{Br}_{\overline{\tau}}(\overline{Z}/\overline{K})$ тривиальна. Таким образом, $\mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K})^{1-\overline{\tau}}\cong\mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K})$, и поскольку $\overline{Z}/\overline{K}$ – циклическое расширение степени n, то $\mathrm{Br}(\overline{Z}/\overline{K})$ изоморфна циклической группе порядка n.

С помощью предыдущего предложения устанавливается справедливость следующего утверждения.

Т е о р е м а 2. *Пусть D/K – слабо разветвленная центральная K-алгебра с делением, обладающая унитарной K/k-инволюцией τ, и $\overline{k}$ – локальное поле с конечным полем вычетов. Кроме того, пусть $Z(\overline{D})/\overline{K}$ – циклическое расширение степени n. Тогда группа когомологий Тейта $\hat{H}^{-1}(G,A)$ изоморфна циклической группе порядка n.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Ввиду предложения $\mathrm{Br}_{\overline{\tau}}(\overline{K})=\{0\}$, и потому тривиальна ее подгруппа $\mathrm{Br}_{\overline{\tau}}(\overline{Z}/\overline{K})$. Стало быть, в силу теоремы 1 $\hat{H}^{-1}(G,A)\cong\mathrm{Br}(Z/K)$. Последняя же группа изоморфна циклической группе порядка n. Теорема доказана.

Вычислим теперь группу $\hat{H}^{-1}(G,A)$ в случае вполне мнимого глобального поля $\overline{k}$. Обозначим через $\overline{K}_v$ пополнение поля $\overline{K}$ относительно точки v. Из теории алгебр над глобальными полями известно, что для каждой точки v поля $\overline{K}$ существует гомоморфизм inv_v, который $\mathrm{Br}(\overline{K}_v)$ отображает в группу $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ и приводит к следующей точной последовательности:

$$1\to\mathrm{Br}(\overline{K})\xrightarrow{\coprod_v \mathrm{inv}_v}\coprod_v\mathrm{Br}(\overline{K}_v)\xrightarrow{\ \delta\ }\mathbb{Q}/\mathbb{Z}\to 1,$$

где δ – суммирование компонент в $\coprod_v\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$. Для описания групп $\hat{H}^{-1}(G,A)$ мы также воспользуемся теоремой 1. Для этого напомним следующее описание группы $\mathrm{Br}_{\overline{\tau}}(\overline{K})$ (см., напр., [5, с. 230]), являющейся подгруппой $\mathrm{Br}(\overline{K})$ и состоящей из алгебр, обладающих $\overline{K}/\overline{k}$-инволюциями $\overline{\tau}$:

$$\mathrm{Br}_{\bar{\tau}}(\bar{K}) = \left\{a \in \mathrm{Br}(\bar{K}) \mid \mathrm{inv}_v(a) + \mathrm{inv}_{v\bar{\tau}}(a) = 0 \text{ или, если } v = v\bar{\tau}, \text{ то } \mathrm{inv}_v(a) = 0\right\}.$$

Пусть M – множество точек K, удовлетворяющих условию $v \neq v\bar{\tau}$. Тогда $M = V \cup V\bar{\tau}$, где $V\bar{\tau} = \{v\bar{\tau} \mid v \in V\}$, $V \cap V\bar{\tau} = \varnothing$. Наконец, напомним следующее описание группы $\mathrm{Br}_{\bar{\tau}}(\bar{Z}/\bar{K})$ (см. [6]):

$$\mathrm{Br}_{\bar{\tau}}(\bar{Z}/\bar{K}) \cong B_{\bar{\tau}},$$

где $B_{\bar{\tau}} = \left\{b \in \coprod_v B_{n_v} \mid n_v = [\bar{Z}^v : \bar{K}_v],\ B_{n_v} = \left(\frac{1}{n_v}\right)\mathbb{Z}/\mathbb{Z},\ b_v + b_{v\bar{\tau}} = 0 \text{ или, если } v = v\bar{\tau}, \text{ то } b_v = 0\right\}.$

Пусть $B = \{b \in \coprod_v \mathbb{Q}/\mathbb{Z} \mid \delta(b) = 0, nb = 0\}$, где δ – суммирование компонент в $\coprod_{v\in V} \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$. Тогда

Т е о р е м а 3. *Пусть D/K – слабо разветвленная центральная K-алгебра с делением, обладающая унитарной K/k-инволюцией* τ, *и* $\bar{k}$ *– вполне мнимое глобальное поле. Кроме того,* $Z(\bar{D})/\bar{K}$ *– циклическое расширение степени n. Тогда группа когомологий Тейта* $\hat{H}^{-1}(G,A)$ *изоморфна факторгруппе* $B/B_{\bar{\tau}}$.

Рассмотрим, наконец, случай, когда $\bar{k}$ – C_1-поле (в частности, поле функций неприводимой алгебраической кривой над алгебраически замкнутым полем), тогда ввиду [7] группа $\mathrm{Br}(\bar{K})$ тривиальна, и потому, используя последовательность из теоремы 1, заключаем, что справедливо следующее утверждение.

Т е о р е м а 4. *Пусть D/K – слабо разветвленная центральная K-алгебра с делением, обладающая унитарной K/k-инволюцией* τ, *и* $\bar{k}$ *–* C_1*-поле. Тогда группа когомологий Тейта* $\hat{H}^{-1}(G,A)$ *тривиальна.*

Обратимся теперь к вычислению групп $\hat{H}^0(G,A)$. В случае локального поля $\bar{k}$ мы будем предполагать, что характеристика поля вычетов поля $\bar{k}$ относительно $\mathfrak{p}$-адического нормирования не равна 2. В этом случае имеет место следующая

Т е о р е м а 5. *Пусть D/K – слабо разветвленная центральная K-алгебра с делением, обладающая унитарной K/k-инволюцией* τ, *и* $\bar{k}$ *– локальное поле. Тогда:*

(*i*) $\bar{Z}$ $\bar{K}$ *– неразветвленное расширение, группа* $\hat{H}^0(G,A)$ *изоморфна прямому произведению двух групп второго порядка;*

(*ii*) $\bar{Z}/\bar{K}$ *– вполне разветвленное расширение, группа когомологий Тейта* $\hat{H}^0(G,A)$ *тривиальна.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Нетрудно видеть, что $\hat{H}^0(G,A) = N_{\bar{Z}/\bar{K}}(Z)_{\bar{\tau}} / N_{\bar{Z}/\bar{K}}(Z)^{1+\bar{\tau}}$. Рассмотрим следующую точную последовательность:

$$1 \to \left(N_{\bar{Z}/\bar{K}}(\bar{Z}^*) \cap \bar{k}^*\right)/N_{\bar{Z}/\bar{k}}(\bar{Z}^*) \to \bar{k}^*/N_{\bar{Z}/\bar{k}}(\bar{Z}^*) \to \bar{k}^*/\left(N_{\bar{Z}/\bar{K}}(\bar{Z}^*) \cap \bar{k}^*\right) \to 1 \tag{1}$$

и предположим, что группа G коммутативна. Тогда нетрудно видеть, что G является группой экспоненты 2. Из локальной теории полей классов следует, что группа $\bar{k}^*/N_{\bar{Z}/\bar{k}}(\bar{Z}^*)$ является прямым произведением двух групп порядка 2. Для вычисления группы $\hat{H}^0(G,A)$ теперь достаточно вычислить группу $\bar{k}^*/\left(N_{\bar{Z}/\bar{K}}(\bar{Z}^*) \cap \bar{k}^*\right)$. Для ее вычисления рассмотрим два случая:

(*i*) $\bar{Z}/\bar{K}$ – неразветвленное расширение;

(*ii*) $\bar{Z}/\bar{K}$ – вполне разветвленное расширение.

На самом деле, не ограничивая общности, можно считать, что поле $\bar{Z}$ имеет вид $\bar{k}(\sqrt{a}) \times \bar{K}$, где $a \in \bar{k}$. В случае (*i*) $N_{\bar{Z}/\bar{k}}(\bar{Z}^*)$, ввиду неразветвленности $\bar{Z}/\bar{K}$, описывается как множество элементов поля $\bar{K}$ вида $\langle \pi_{\bar{K}} \rangle U_{\bar{K}}$, где $\pi_{\bar{K}}$ – простой элемент кольца $\mathfrak{p}$-адического нормирования поля $\overline{K}$, а $U_{\overline{K}}$ – его группа единиц. Заметим, что $\pi_{\overline{K}}$ может быть выбран как $\sqrt{\pi_{\overline{k}}}$, где $\pi_{\overline{k}}$ – простой элемент кольца нормирования поля $\overline{k}$. Следовательно, $N_{\overline{Z}/\overline{k}}(\overline{Z}^*) = \langle \pi_{\overline{K}} \rangle U_{\overline{K}}$. Таким образом, элемент $z \in N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\overline{Z}^*) \cap \overline{k}^*$, если он имеет вид $z = \pi_{\overline{k}}^{\alpha} u_{\overline{k}}$, где $u_{\overline{k}}$ является единицей в кольце нормирования поля $\overline{k}$, причем $u_{\overline{k}}$ является нормой элемента из $U_{\overline{K}}$. Последнее всегда выполнено ввиду неразветвленности расширения $\overline{Z}/\overline{K}$. Таким образом, $\overline{k}^*$ содержится в $N_{\overline{Z}\,\overline{K}}(\overline{Z}^*) \cap \overline{k}^*$ и, следовательно, факторгруппа $\overline{k}^* / \left(N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\overline{Z}^*) \cap \overline{k}^* \right)$ из последовательности (1) тривиальна, что немедленно влечет, ввиду той же последовательности, что группа $\hat{H}^0(G, A)$ является прямым произведением двух групп второго порядка.

Рассмотрим теперь случай (*ii*). Покажем, что в этом случае $U_{\overline{k}} \subset N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\overline{Z}^*)$. Действительно, ввиду предположения о характеристике поля вычетов $\mathfrak{p}$-адического нормирования поля $\overline{k}$ имеем $\overline{\overline{k}} = \overline{\overline{k}}^{2} \cup \overline{\overline{\alpha k}}^{2}$, где символ $\overline{\overline{}}$ обозначает вычеты элементов из кольца нормирования $\overline{k}$ относительно $\mathfrak{p}$-адического нормирования поля $\overline{k}$, а $\overline{\overline{\alpha}}$ не является квадратом в $\overline{\overline{k}}$. Тогда, взяв в качестве $\overline{\alpha}$ прообраз $\overline{\overline{\alpha}}$ в $\overline{k}$, а в качестве α – прообраз $\overline{\alpha}$ в *k*, получаем, что произвольный элемент $b \in U_{\overline{k}}$ принадлежит на самом деле множеству $(1 + M_{\overline{k}})\overline{u}^{2} \cup (1 + M_{\overline{k}})\overline{\alpha}\overline{v}^{2}$, где $\overline{u}, \overline{v} \in U_{\overline{k}}$. Поэтому $b \in N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\overline{u})(1 + M_{\overline{k}}) \cup N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\sqrt{\overline{\alpha}}\overline{v})(1 + M_{\overline{k}})$, что влечет $U_{\overline{k}} \subset N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\overline{Z}^*)$. Поскольку еще подходящий простой элемент кольца нормирования поля $\overline{k}$ содержится в $N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\overline{Z}^*)$ (ввиду вполне разветвленности расширения $\overline{Z}/\overline{K}$), то $\overline{k} \subset N_{\overline{Z}/\overline{K}}(\overline{Z}^*)$. Откуда следует, что группа $\hat{H}^0(G, A)$ тривиальна. Теорема доказана.

З а м е ч а н и е 3. Аналогичные вычисления имеют место также в более общем случае, когда $\overline{k}$ – C_1-поле.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект № Ф16-032).

Acknowledgements. This work was supported by the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (Project No. F16-032).

Список использованных источников

1. Янчевский, В. И. Обратная задача приведенной унитарной *K*-теории / В. И. Янчевский // Мат. заметки. – 1979. – Т. 26, вып. 3. – С. 475–482.
2. Мамфорд, Д. Абелевы многообразия / Д. Мамфорд. – М.: Мир, 1971. – 299 с.
3. Касселс, Дж. Алгебраическая теория чисел / Дж. Касселс, А. Фрёлих. – М.: Мир, 1969. – 242 с.
4. Серр, Ж.-П. Когомологии Галуа: пер. с фр. / Ж.-П. Серр. – М.: Мир, 1968. – 208 с.
5. Wadsworth, A. R. Unitary SK_1 of Semiramified Graded and Valued Division Algebras / A. R. Wadsworth // Manuscripta Math. – 2012. – Vol. 139. – P. 343–389. https://doi.org/10.1007/s00229-011-0519-9
6. Ершов, Ю. Л. Гензелевы нормирования тел и групп SK_1 / Ю. Л. Ершов // Мат. сб. – 1983. – Т. 117 (159), № 1. – С. 60–68.
7. Draxl, P. K. Normen in Diedererweiterungen von Zahlkörpern / P. K. Draxl // Abh. der Braunschweigischen Wissen. Gesellschaft. – 1982. – Vol. 33 – P. 99–116.

References

1. Yanchevskii V. I. A converse problem in reduced unitary *K*-theory. *Mathematical Notes of the Academy of Sciences of the USSR*, 1979, vol. 26, no 3, pp. 728–731. https://doi.org/10.1007/bf01138683
2. Mamford D. *Abelian Varieties*. Oxford University Press, 1970. 242 p.
3. Cassels J. W. S., Fröhlich A. (ed.). *Algebraic Number Theory*. Thompson book company INC. Washington, D.C., 1967. 366 p.
4. Serre J.-P. *Cohomologie Galoisienne*. Lecture Notes in Mathematics Series. Vol. 5, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1994. https://doi.org/10.1007/bfb0108761
5. Wadsworth A. R. Unitary SK_1 of Semiramified Graded and Valued Division Algebras. *Manuscripta Mathematica*, 2012, vol. 139. pp. 343–389. https://doi.org/10.1007/s00229-011-0519-9

6. Ershov Yu. L. Henselian valuations of division rings and the group SK_1. *Mathematics of the USSR-Sbornik,* 1983, vol. 45, no. 1, pp. 63–71. https://doi.org/10.1070/SM1983v045n01ABEH000992

7. Draxl P. K. Normen in Diedererweiterungen von Zahlkörpern. *Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft*, 1982, vol. 33, pp. 99–116 (in German).

Информация об авторе

Янчевский Вячеслав Иванович – академик, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом алгебры, Институт математики Национальной академии наук Беларуси, (ул. Сурганова, 11, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: yanch@im.bas-net.by

Information about the author

Vyacheslav I. Yanchevskiĭ – Member of NAS of Belarus, D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Department of Algebra, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus (11, Surganov Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: yanch@im.bas-net.by